Άλγεβρα Β΄ Λυκείου

1. Έστω $\alpha = \underbrace{111...1}_{m}$, $\beta = 1\underbrace{00...0}_{m-1}5$

I. Δείξτε ότι αβ+1 είναι τέλειο τετράγωνο

II. Να βρεθεί η $\sqrt{\alpha\beta + 1}$

2. Έστω $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$. Βρείτε το υπόλοιπο του $f(x^5) : f(x)$.

3. Έστω το πολυώνυμο $f(x) = x^n + \alpha_1 x^{n-1} + \alpha_2 x^{n-2} + ... + \alpha_{n-1}x + \alpha_n$ που έχει ακέραιους συντελεστές $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_{n-1}, \alpha_n$. Αν υπάρχουν τέσσερεις διαφορετικοί ακέραιοι α, β, γ, δ τέτοιοι ώστε $f(\alpha) = f(\beta) = f(\gamma) = f(\delta) = 5$, δείξτε ότι δεν υπάρχει ακέραιος κ τέτοιος ώστε $f(\kappa) = 8$.

4. Έστω P(x) πολυώνυμο βαθμού n τέτοιο ώστε $P(k) = \frac{1}{k}$ για k=1, 2,..., n+1. Να βρεθεί το P(n+2).

5. Δείξτε ότι logx δεν μπορεί να εκφραστεί σε μορφή $\frac{f(x)}{g(x)}$, όπου f(x) και g(x) πολυώνυμα του x.

Γεωμετρία Α΄ Λυκείου

6. Έστω ΑΒΓΔ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με ΒΓ=3ΑΒ και Κ, Λ τέτοια ώστε ΒΛ=ΛΚ=ΚΓ τότε $\hat{\omega} = \hat{\varphi} + \hat{\theta}$.