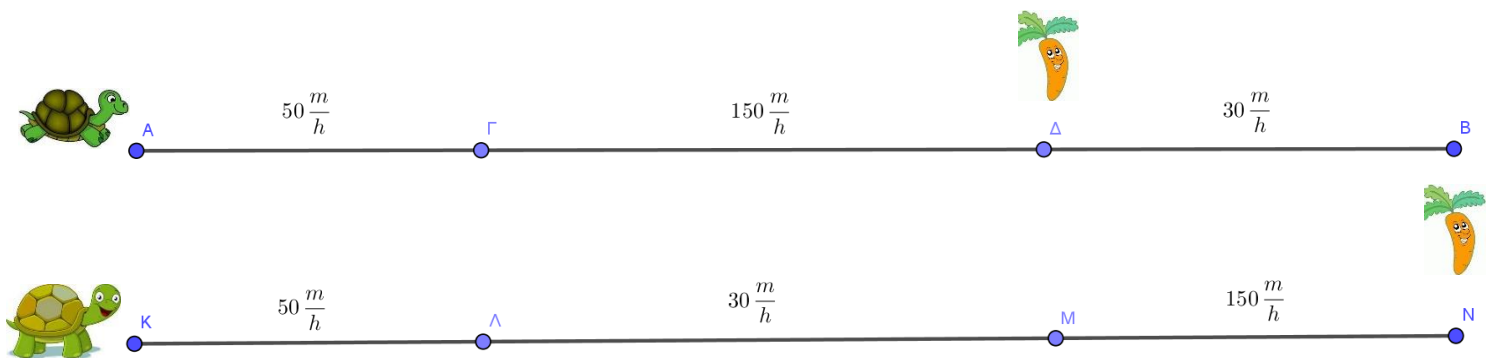


Αγαπητοί μαθητές, στον διαγωνισμό της ΕΜΕ "Ο ΘΑΛΗΣ" που θα γίνει στο σχολείο την Παρασκευή 5/11/2021 θα διαγωνιστείτε σε τρία θέματα, εμείς θέλοντας να σας βοηθήσουμε κάνοντας μια επιπλέον εξάσκηση σας βάλαμε τέσσερα ισοδύναμα θέματα.

Οι ενδεικτικές λύσεις των προβλημάτων θα αναρτηθούν στην ιστοσελίδα του Παραρτήματος την Τετάρτη 3/11/2021.

Πρόβλημα 1 (Μονάδες 5)

ΔΥΟ ΧΕΛΩΝΕΣ ΚΑΙ ΔΥΟ ΚΑΡΟΤΑ



Δύο χελωνίτσες διανύουν δύο δρόμους που έχουν το ίδιο μήκος. Η πρώτη χελώνα ξεκινά χαρούμενη με ταχύτητα 50 m/h . Όταν φτάνει στο σημείο Γ βλέπει ότι υπάρχει ένα καρότο στο σημείο Δ οπότε πεινασμένη καθώς είναι, αρχίζει να τρέχει με ταχύτητα 150 m/h , για να φάει το καρότο. Αφού τελειώσει το γεύμα της, το οποίο διαρκεί μισή ώρα, βαρυστομαχιασμένη, περπατά αργά με ταχύτητα 30 m/h μέχρι το τέλος της διαδρομής.

Η δεύτερη χελωνίτσα ξεκινά κι αυτή κεφάτη, με ταχύτητα 50 m/h , όμως στο σημείο Λ κουράζεται και αρχίζει να βαδίζει αργά με ταχύτητα 30 m/h . Μόλις φτάνει στο σημείο Μ βλέπει ότι υπάρχει ένα καρότο στο σημείο Ν, οπότε βάζοντας τα δυνατά της να φτάσει όσο το δυνατόν γρηγορότερα, τρέχει με ταχύτητα 150 m/h ως το τέλος της διαδρομής.

Αν η πρώτη χελωνίτσα χρειάστηκε 3 ώρες για να πάει από το Α στο Β και η δεύτερη χρειάστηκε 3.2 ώρες για να πάει από το Κ στο Ν, πόσα μέτρα ήταν η διαδρομή;

(Δίνεται ότι $ΑΓ=ΚΛ$, $ΓΔ=ΛΜ$ και $ΔΒ=ΜΝ$).

Πρόβλημα 2 (Μονάδες 5)

Να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A = \frac{1}{1+5^{-2021}} + \frac{1}{1+5^{-2020}} + \frac{1}{1+5^{-2019}} + \dots + \frac{1}{1+5^{-1}} + \frac{1}{1+5^1} + \frac{1}{1+5^2} + \dots + \frac{1}{1+5^{2020}} + \frac{1}{1+5^{2021}}$$

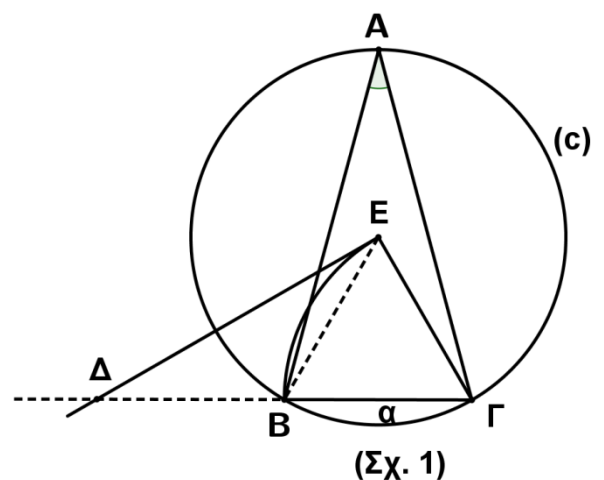
Πρόβλημα 3 (Μονάδες 5)

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με βάση $B\Gamma = \alpha$ και $\hat{A} = 30^\circ$. Θεωρούμε τον κύκλο (c) που διέρχεται από τις κορυφές του και έχει κέντρο το σημείο E . Θεωρούμε την ημιευθεία η οποία είναι κάθετη στην $E\Gamma$ στο σημείο E και τέμνει την προέκταση της GB στο σημείο Δ .

Θεωρούμε επίσης τον κυκλικό τομέα που γράφεται με κέντρο του Γ και ακτίνα ΓE (Σχ. 1).

- I. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου AEB
- II. Να υπολογίσετε την ΔE συναρτήσει της πλευράς α
- III. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ συναρτήσει της πλευράς α .
- IV. Αν Z είναι το σημείο τομής του τόξου

$\overset{\frown}{BE}$ με την AB να αποδείξετε ότι $ZB = ZE$.



Πρόβλημα 4 (Μονάδες 5)

Μια πωλήτρια θέλει να τοποθετήσει σε ένα ράφι 9 κουτιά σχήματος κύβου έτσι ώστε να δημιουργήσει κάποιες στήλες με το ίδιο ύψος. Τα κουτιά που έχει είναι:

1 κουτί α με ύψος 11 cm, 1 κουτί β με ύψος 14 cm, 4 κουτιά γ με ύψος 10 cm και 3 κουτιά δ με ύψος 15 cm. Μπορείτε να την βοηθήσετε ώστε να φτιάξει κάποιες στήλες με το ίδιο ύψος;

Τα παραπάνω προβλήματα είναι μία πρόταση της επιτροπής θεμάτων του Παραρτήματος Αχαΐας από τους συναδέλφους :

Αλεξοπούλου Νανά, Γιαννίση Μαρία, Γκουνέλα Μαρία, Κάββουρα Τάκη, Καλιακούδα Φωτεινή, Καραβότα Δημήτρη, Καραμπέρη Γιάννη, Καρτέρη Σταυρούλα, Μπατέλη Γιώργο, Μπατέλη Χρήστο, Συκιώτη Ελεάνα, Τσιλίρα Αθηνά.

Όποιος συνάδελφος επιθυμεί μπορεί να συμμετέχει στέλνοντας ανάλογα θέματα.