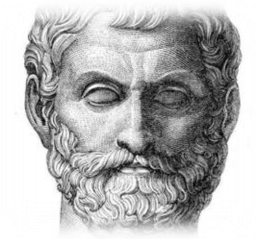
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΑΧΑΪΑΣ
ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ
ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΥ
« Ο ΘΑΛΗΣ »



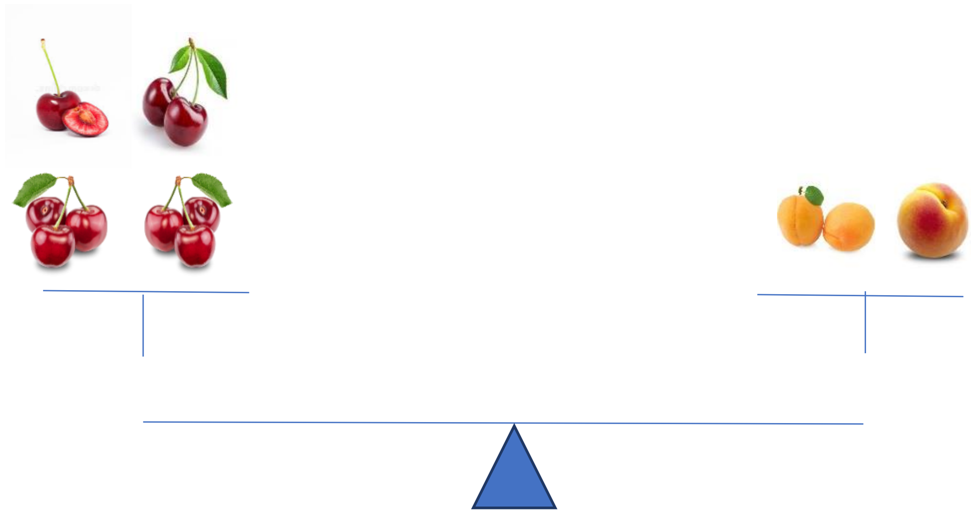
Β' Γυμνασίου

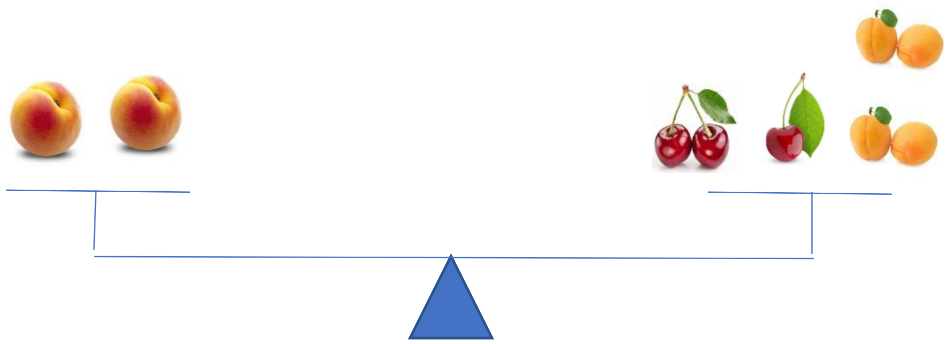
ΠΑΤΡΑ 01 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ2021

Αγαπητοί μαθητές, στον διαγωνισμό της ΕΜΕ "Ο ΘΑΛΗΣ" που θα γίνει στο σχολείο την Παρασκευή 5/11/2021 θα διαγωνιστείτε σε τρία θέματα, εμείς θέλοντας να σας βοηθήσουμε κάνοντας μια επιπλέον εξάσκηση σας βάλαμε τέσσερα ισοδύναμα θέματα.

Πρόβλημα 1 (Μονάδες 5)

ΖΥΓΙΖΟΝΤΑΣ ΦΡΟΥΤΑ





9,5 κεράσια ισορροπούν στη ζυγαριά με 2 βερίκοκα και 1 ροδάκινο. 2 ροδάκινα ισορροπούν στη ζυγαριά με 3 κεράσια και 4 βερίκοκα. Βρείτε πόσα βερίκοκα ζυγίζει ένα ροδάκινο.

Λύση

Εφόσον 2 ροδάκινα ισορροπούν με 3 κεράσια και 4 βερίκοκα, το 1 ροδάκινο θα ζυγίζει όσο 1,5 κεράσι και 2 βερίκοκα. Αν λοιπόν στην πρώτη ζυγαριά, βάλουμε στη θέση του ροδάκινου 1,5 κεράσι και 2 βερίκοκα θα έχουμε την ισορροπία: 9,5 κεράσια = 1,5 κεράσι και 4 βερίκοκα. Άρα 8 κεράσια θα ζυγίζουν 4 βερίκοκα και ένα βερίκοκο θα ζυγίζει 2 κεράσια. Αν τώρα στη δεύτερη ζυγαριά τοποθετήσουμε στη θέση των 4 βερίκοκων 8 κεράσια θα έχουμε την ισορροπία: 2 ροδάκινα = 11 κεράσια. Άρα το 1 ροδάκινο θα ζυγίζει 5,5 κεράσια. Αφού 1 βερίκοκο ζυγίζει 2 κεράσια και 1 ροδάκινο ζυγίζει 5,5 κεράσια, το 1 ροδάκινο θα ζυγίζει 2,75 βερίκοκα.

Πρόβλημα 2 (Μονάδες 5)

Αν το 12% ενός μη μηδενικού αριθμού α είναι ίσο με το 9% ενός αριθμού β, τότε να βρείτε την αριθμητική τιμή του κλάσματος:

$$K = \frac{32\alpha^2 - 8\alpha\beta + 3\beta^2}{16\alpha^2 + 4\alpha\beta + 18\beta^2}.$$

Λύση

Αφού 12%·α=9%·β θα έχουμε:

$$\frac{12}{100}\alpha = \frac{9}{100}\beta \text{ ή } 12\alpha = 9\beta \text{ ή } \frac{12\alpha}{12} = \frac{9\beta}{12} \text{ ή } \alpha = \frac{9}{12}\beta \text{ ή } \alpha = \frac{3}{4}\beta \quad (1).$$

Τότε το κλάσμα γίνεται:

$$K \overset{(1)}{=} \frac{32\left(\frac{3}{4}\beta\right)^2 - 8\left(\frac{3}{4}\beta\right)\beta + 3\beta^2}{16\left(\frac{3}{4}\beta\right)^2 + 4\left(\frac{3}{4}\beta\right)\beta + 18\beta^2} = \frac{32\cdot\frac{9}{16}\beta^2 - 8\cdot\frac{3}{4}\beta^2 + 3\beta^2}{16\cdot\frac{9}{16}\beta^2 + 4\cdot\frac{3}{4}\beta^2 + 18\beta^2} =$$

$$\frac{18\beta^2 - 6\beta^2 + 3\beta^2}{9\beta^2 + 3\beta^2 + 18\beta^2} = \frac{15\beta^2}{30\beta^2} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}.$$

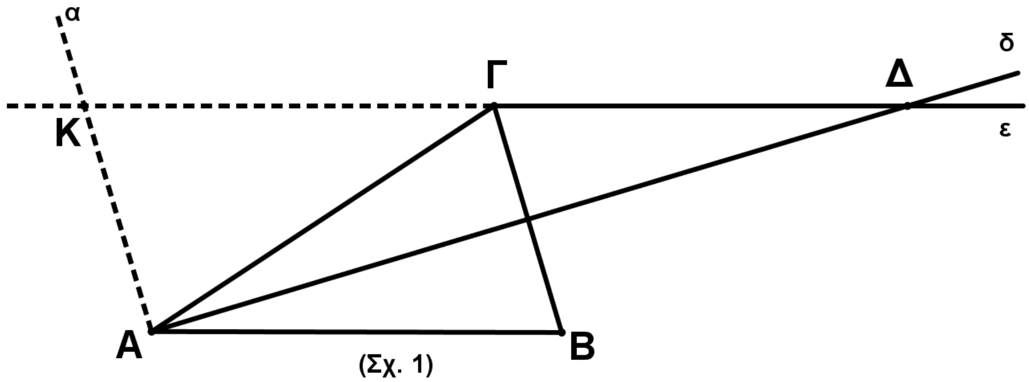
Πρόβλημα 3 (Μονάδες 5)

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Από την κορυφή Γ φέρνουμε ευθεία ε//ΑΒ η οποία τέμνει την διχοτόμο **δ**, της γωνίας $\hat{A}$ στο σημείο Δ. Στο σημείο Α της διχοτόμου **δ** φέρνουμε την ημιευθεία Αα κάθετη στην ΑΔ που τέμνει την **ε** στο σημείο Κ. (δηλαδή ΑΚ⊥ΑΔ). Να αποδείξετε ότι:

I. ΑΓ=ΓΔ

II. ΑΚ//ΓΒ και ΚΓ=ΓΔ

III. Το τετράπλευρο ΑΒΔΓ είναι ρόμβος.



(Σχ. 1)

Λύση

I. Η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$, άρα $\Gamma\hat{A}\Delta = \Delta\hat{A}B$ (1).

Επειδή ΓΔ//ΑΒ άρα θα είναι $\Gamma\hat{\Delta}A = \Delta\hat{A}B$ (2). (ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ε και ΑΒ που τέμνονται από την ΑΔ) (Σχ. 1).

Από τις (1), (2) θα έχουμε $\Gamma\hat{A}\Delta = \Gamma\hat{\Delta}A$, (3)
οπότε το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ισοσκελές άρα **ΑΓ=ΓΔ.**

II. Επειδή στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας της κορυφής θα είναι και ύψος, δηλ. η ΒΓ κάθετη στην ΑΔ. Επίσης και ΚΑ κάθετη στην ΑΔ. Άρα **ΑΚ//ΓΒ** γιατί είναι κάθετες στην ίδια ευθεία. Έχω λοιπόν ΑΚ//ΓΒ και ε//ΑΒ, άρα ΑΒΓΚ παραλληλόγραμμο και θα έχει τις απέναντι πλευρές του ίσες, δηλ. **ΚΓ=ΑΒ=ΑΓ=ΓΔ**.

III. ΓΔ=ΑΓ=ΑΒ και **ΓΔ//ΑΒ.** Άρα ΑΓΔΒ παραλληλόγραμμο. Σαν παραλληλόγραμμο θα έχει και ΑΓ=ΒΔ. Δηλ. τελικά θα έχω ΓΔ=ΑΓ=ΑΒ=ΒΔ, όλες οι πλευρές του ίσες. Άρα θα είναι ρόμβος.

Πρόβλημα 4 (Μονάδες 5)

Υπάρχουν αρκετοί αριθμοί που διαιρούν το 149 και αφήνουν υπόλοιπο 5. Βρείτε όλους τους διψήφιους αριθμούς με αυτή την ιδιότητα.

Λύση

Εάν το 5 αφαιρεθεί από 149, το αποτέλεσμα είναι 144. Τότε κάθε ένας από τους διψήφιους αριθμούς που θα διαιρέσει 149 και αφήνει υπόλοιπο 5 θα

διαιρέσει ακριβώς 144. Έτσι, το πρόβλημα είναι ισοδύναμο με την εύρεση όλων των διψήφιων διαιρετών των 144.
Είναι 144=2x2x2x2x3x3, οπότε οι διαιρέτες του 144 είναι οι 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144. Οι διψήφιοι διαιρέτες του 144 είναι οι 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72.

Τα παραπάνω προβλήματα είναι μία πρόταση της επιτροπής θεμάτων του Παραρτήματος Αχαΐας από τους συναδέλφους :

Αλεξοπούλου Νανά, Γιαννίση Μαρία, Γκουνέλα Μαρία, Κάββουρα Τάκη, Καλιακούδα Φωτεινή, Καραβότα Δημήτρη, Καραμπέρη Γιάννη, Καρτέρη Σταυρούλα, Μπατέλη Γιώργο, Μπατέλη Χρήστο, Συκιώτη Ελεάνα, Τσιλίρα Αθηνά.

Όποιος συνάδελφος επιθυμεί μπορεί να συμμετέχει στέλνοντας ανάλογα θέματα.