<u>**Ασκήσεις με εικοσάρες γωνίες του συναδέλφου Απόστολου Μανωλούδη.**</u>

1) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ και $\hat{A} = 20^o$. Έστω ΑΒ=ΑΓ=α και ΒΓ=β. Να δείξετε ότι $\alpha^3 + \beta^3 = 3\alpha^2\beta$.

2) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) με $\hat{A} = 20^o$. Έστω ώστε $\Gamma\hat{B}\Delta = 65^o$ και $B\hat{\Gamma}E = 60^o$. Να αποδείξετε ότι $E\hat{\Delta}B = 40^o$.

3) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) με $\hat{A} = 20^o$. Πάνω στην ΑΒ θεωρούμε σημείο Ε τέτοιο ώστε $A\hat{\Gamma}E = 15^o$, και πάνω στη ΑΓ θεωρούμε σημείο Δ τέτοιο ώστε $\Gamma\hat{B}\Delta = 25^o$.

Στο τρίγωνο ΒΛΜ είναι ΟΒ=ΟΛ=ΟΜ άρα το Ο είναι το κέντρο της περιγεγραμμένης του περιφέρειας, οπότε θα είναι $\Lambda\hat{B}M = \frac{\Lambda\hat{O}M}{2} = 20^o$ (9).

Στο τρίγωνο ΓΜΑ οι ΑΛ, ΓΕ είναι διχοτόμοι των γωνιών $M\hat{A}\Gamma, A\hat{\Gamma}M$ αντίστοιχα άρα και η ΜΕ θα είναι διχοτόμος της $\Gamma\hat{M}A$, οπότε $\Gamma\hat{M}E = E\hat{M}A = \frac{180^o - 70^o}{2} = 55^o$ (10).

Από τις (1), (10) το τετράπλευρο ΒΖΕΜ θα είναι εγγράψιμο, οπότε $E\hat{Z}M = E\hat{B}M = 20^o$, άρα $15^o + x = 20^o \Rightarrow x = 5^o$.

4) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) με $\hat{A} = 20^o$. Πάνω στην ΑΓ θεωρούμε σημείο Δ τέτοιο ώστε ΑΔ=ΒΓ και πάνω στην ΑΒ θεωρούμε σημείο Ε τέτοιο ώστε $A\hat{E}\Delta = 60^o$. Να αποδείξετε ότι $\frac{B\Delta}{AE} = \sqrt{3}$.