

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΑΧΑΪΑΣ

1ος ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΠΑΤΡΑ, ΣΑΒΒΑΤΟ 18 ΜΑΡΤΙΟΥ 2017

**ΘΕΜΑ 1ο**

$$Κ = (4^2 - 3^2)^2 : 7 + 2^2 \cdot 4 + (2 \cdot 3)^2 : 9 - 26$$

$$Λ = 5^2 + (12^2 - 2 \cdot 4 + 3^2 \cdot 5 - 1^{10}) - 3 \cdot 4^3 - 11$$

A) Να υπολογιστούν τα Κ και Λ.

B) Αν  $K = 1$  και  $\Lambda = 2$ , να βρεθεί το  $x$  για να ισχύει η παρακάτω ισότητα  $\frac{1}{x} = \frac{1}{6} + \frac{K}{\Lambda} - \frac{K}{\Lambda + 1}$

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίδονται τρεις κλεψύδρες Α, Β και Γ. Η Α αδειάζει σε 2 λεπτά, η Β σε 3 λεπτά και η Γ σε 5 λεπτά. Στις 12:00 ξεκινούν και οι τρεις μαζί. Κάθε φορά που αδειάζει κάποια αντιστρέφεται ακαριαία χωρίς να χαθεί χρόνος.



A) Υπάρχει περίπτωση να χρειαστεί κάποια στιγμή να αντιστραφούν και οι τρεις μαζί; Αν ναι, τι ώρα θα λέει τότε το ρολόι;

B) Το ίδιο ερώτημα αν οι κλεψύδρες είναι η Α των 12 λεπτών η Β των 32 λεπτών και η Γ των 48 λεπτών.

Γ) Το ίδιο ερώτημα αν οι κλεψύδρες είναι η Α του  $\frac{1}{2}$  του λεπτού, η Β του  $\frac{1}{3}$  του λεπτού και η Γ του  $\frac{1}{5}$  του λεπτού.

**ΘΕΜΑ 3ο**

Μοναδιαίο λέγεται το κλάσμα που έχει αριθμητή τη μονάδα.

Το μοναδιαίο κλάσμα  $\frac{1}{2}$  μπορεί να γραφεί ως άθροισμα δύο διαφορετικών μοναδιαίων

κλασμάτων:  $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

Επίσης  $\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$ , και  $\frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20}$

Α) Παρατηρήστε τι συμβαίνει και διατυπώστε την παρατήρησή σας.

Β) Μπορείτε να γράψετε το  $\frac{1}{5}$  ως άθροισμα δύο διαφορετικών μοναδιαίων κλασμάτων;

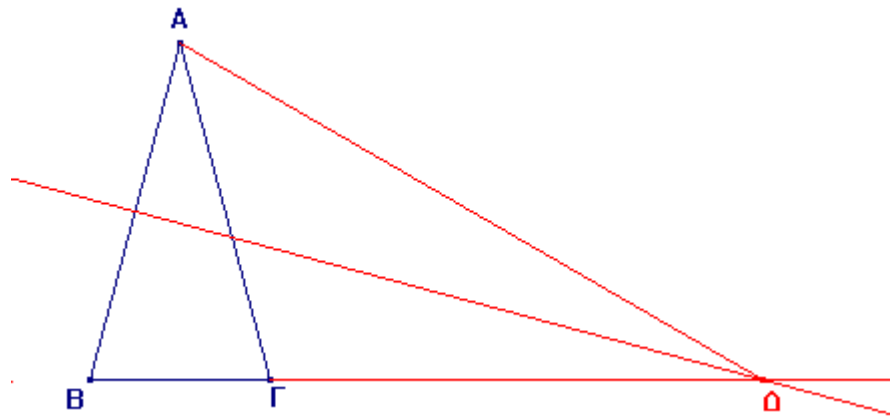
Γ) Μπορείτε να βρείτε περισσότερα από ένα αθροίσματα μοναδιαίων κλασμάτων για το  $\frac{1}{8}$ ;

**ΘΕΜΑ 4ο**

Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές  $AB = AG$  με  $\hat{A} = 30^\circ$ . Η μεσοκάθετη της ΑΒ κόβει την προέκταση της ΒΓ στο σημείο Δ.

Α) Να υπολογίσετε τις γωνίες Β και Γ του τριγώνου ΑΒΓ.

Β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΓΔ.



**Ενδεικτικές Λύσεις των Θεμάτων:**

**Θέμα 1ο**

Α)  $K = (16 - 9)^2 : 7 + 4 \cdot 4 + 6^2 : 9 - 26 = 7^2 : 7 + 16 + 36 : 9 - 26 = 7 + 16 + 4 - 26 = 1$

$\Lambda = 25 + (144 - 8 + 45 - 1) - 3 \cdot 64 - 11 = 25 + 180 - 192 - 11 = 205 - 203 = 2$

Β)  $\frac{1}{x} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$  ή  $\frac{1}{x} = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6}$  ή  $\frac{1}{x} = \frac{2}{6}$  ή  $\frac{1}{x} = \frac{1}{3}$  ή  $\boxed{x=3}$

### Θέμα 2ο

Α) ΕΚΠ(2,3,5) = 30, άρα θα αντιστραφούν και οι τρεις μαζί στις 12:30'.

Β) ΕΚΠ(12, 32, 48) = 96 = 60 + 36, άρα θα αντιστραφούν και οι τρεις μαζί στις 13: 36'.

Γ) Είναι  $\frac{1}{2}$  του λεπτού = 30 δευτερόλεπτα,  $\frac{1}{3}$  του λεπτού = 20 δευτερόλεπτα και  $\frac{1}{5}$  του λεπτού = 12 δευτερόλεπτα, οπότε ΕΚΠ(30, 20, 12) = 60 δευτερόλεπτα, άρα θα αντιστραφούν και οι τρεις μαζί στις 12 και ένα λεπτό.

### Θέμα 3ο

Α) Στο δεύτερο μέλος κάθε ισότητας ο παρονομαστής του πρώτου κλάσματος είναι κατά 1 μεγαλύτερος από τον παρονομαστή του αρχικού κλάσματος και ο παρονομαστής του δεύτερου κλάσματος προκύπτει από το γινόμενο των παρονομαστών των δύο πρώτων κλασμάτων ή  $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\alpha(\alpha+1)}$

$$\text{Β) } \frac{1}{5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{30}$$

Γ) Εφαρμόζοντας διαδοχικά τα συμπεράσματα από τα δυο προηγούμενα ερωτήματα μπορούμε να γράψουμε:  $\frac{1}{8} = \frac{1}{9} + \frac{1}{72} = \frac{1}{10} + \frac{1}{90} + \frac{1}{72} = \frac{1}{11} + \frac{1}{110} + \frac{1}{90} + \frac{1}{72}$ .

Επίσης  $\frac{1}{8} = \frac{3}{24} = \frac{2}{24} + \frac{1}{24} = \frac{1}{12} + \frac{1}{24}$  ή ακόμη  $\frac{1}{8} = \frac{1}{10} + \frac{1}{40}$  ή ακόμη  $\frac{1}{8} = \frac{1}{56} + \frac{1}{28} + \frac{1}{14}$  ή οποιοδήποτε άλλο άθροισμα.

### Θέμα 4ο

Α) Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές άρα  $\hat{B} = \hat{\Gamma}$  και επειδή  $\hat{A} = 30^\circ$  και το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου ΑΒΓ είναι  $180^\circ$ , θα είναι  $\hat{B} = \hat{\Gamma} = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$ .

Β) Η γωνία  $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{\Delta} = 180^\circ - \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ .

Το σημείο Δ βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο της ΑΒ άρα ΔΑ = ΔΒ, οπότε το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισοσκελές άρα  $\hat{B}\hat{A}\hat{\Delta} = \hat{A}\hat{B}\hat{\Delta} = 75^\circ$ , άρα  $\hat{\Gamma}\hat{A}\hat{\Delta} = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$ .

Από το τρίγωνο ΑΓΔ θα έχουμε  $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = 180^\circ - 105^\circ - 45^\circ = 30^\circ$ .